## 基础课46 椭圆

### 课时评价·提能

#### 基础巩固练

1. 已知点在椭圆上，，是的两个焦点，若，则（ A ）.

A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

[解析]由椭圆，即,，得,.

由椭圆定义可知，得.

故选.

2. 已知，是椭圆的两个焦点，是上一点（端点除外），则的周长为（ C ）.

A. 14 B. 16 C. D.

[解析]由题可知，，所以 的周长为.故选.

3. 已知椭圆的焦点在轴上，长轴长是短轴长的2倍，则（ D ）.

A. 2 B. 1 C. D. 4

[解析]由条件可知，，，且，解得.

故选.

4. 已知椭圆的焦点为，，过点的直线与交于，两点.若的周长为12，则椭圆的标准方程为（ B ）.

A. B. C. D.

[解析]依题意得 解得

因为椭圆 的焦点在 轴上，

所以椭圆 的标准方程为.故选.

5. 已知椭圆的一个焦点的坐标为，则实数的值为（ A ）.

A. B. 2 C. D.

[解析]由题意,得，,，则，解得.故选.

6*.*(2024·九省适应性测试)若椭圆*+y*2*=*1(*a>*1)的离心率为,则*a=*( A)*.*

A*.* B*.* C*.* D*.*2

[解析]由题意得*e==*,解得*a=.*故选A*.*

7. “，”是“方程表示的曲线为椭圆”的（ D ）.

A. 充要条件 B. 必要不充分条件

C. 充分不必要条件 D. 既不充分也不必要条件

[解析]当 时，满足“，”，此时题中方程可化为,其表示的曲线是圆而不是椭圆；当,时，不满足“，”，此时题中方程可化为,表示中心在原点，焦点在 轴,且长半轴长为1，短半轴长为 的椭圆.

故“，”是“方程 表示的曲线为椭圆”的既不充分也不必要条件.故选.

8. 已知,分别是椭圆的左、右焦点，为椭圆上任意一点，点的坐标为，则的最大值为（ D ）.

A. B. 5 C. 10 D. 11

[解析]由椭圆 的方程知，，，则,.

由椭圆的定义知，，

所以.

又,

所以，当且仅当点 在线段 上时，等号成立，

即 的最大值为11.故选.

#### 综合提升练

9. （多选题）已知,分别是椭圆的左、右焦点，点在椭圆上，则下列结论正确的是（ ACD ）.

A. 椭圆的离心率为 B.

C. D. 的最大值为

[解析]依题意得，，，

则，椭圆 的离心率为，故 正确，错误；

，，故 正确；

当点 位于短轴的端点时，取得最大值，此时，，故，即 的最大值为，故 正确.故选.

10. （多选题）已知椭圆的左、右焦点分别为，，为椭圆上的动点（点不在轴上），则（ ABD ）.

A. 椭圆的焦点在轴上 B. 的周长为

C. 的取值范围为， D. 的最大值为

[解析]对于，由椭圆 的方程可知，椭圆 的焦点在 轴上，故 正确；

对于，因为，所以 的周长为，故 正确；

对于，因为点 不在 轴上，所以，所以 的取值范围为，故 错误；

对于，设椭圆 的上顶点为，则，所以 的最大值为,设（O为坐标原点），则，且 ，又，所以 的最大值为，故 正确.故选.

11. 已知椭圆的长轴长、短轴长、焦距成等比数列，则的离心率为  .

[解析]由题意可得，椭圆 的长轴长、短轴长、焦距 成等比数列，所以，即，得，解得 或（舍去）.

12. 已知椭圆的两个焦点分别为，，为了使椭圆的方程为，可以再添加一个条件：椭圆  上的点到两焦点的距离之和为10（答案不唯一）.

[解析]根据椭圆的焦点坐标可知，，且焦点在 轴上，若要使椭圆 的方程为，只需，所以可添加条件“椭圆 上的点到两焦点的距离之和为10”.

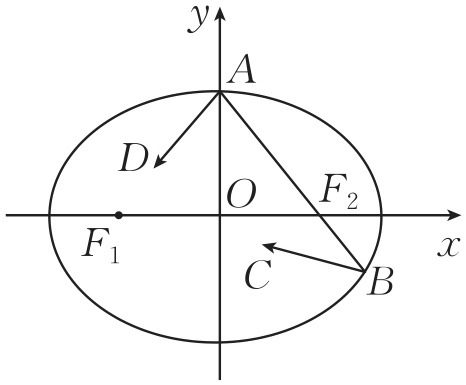
#### 应用情境练

13. 在天文学上，航天器绕地球运行的椭圆轨道上距离地心最远的一点称为远地点，距离地心最近的一点称为近地点，远地点与地球表面的最短距离称为远地点高度，近地点与地球表面的最短距离称为近地点高度.已知某航天器的运行轨道是以地心为一个焦点的椭圆，地球（视为一个球体）的半径为，若该航天器的远地点高度为，所在椭圆轨道的离心率为，则该航天器的近地点高度为  .

[解析]设椭圆的长半轴长为，短半轴长为，半焦距为，

则由题意，可知 解得 所以该航天器的近地点高度为.

14. 古希腊数学家阿波罗尼奥斯在研究圆锥曲线时发现了它们的光学性质.比如椭圆，他发现如果把椭圆焦点一侧做成镜面，并在处放置光源，那么经过椭圆镜面反射的光线都会经过另一个焦点.如图所示，设椭圆方程,,分别为其左、右焦点，若从右焦点发出的光线经椭圆上的点和点反射后，满足 ,，则该椭圆的离心率为  .



[解析]由椭圆的光学性质可知，,都经过点，且在 中， ，，如图，设,,.

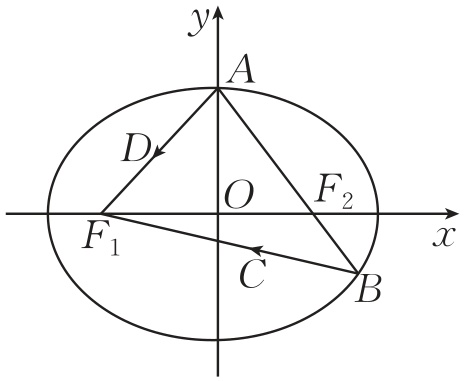
由椭圆的定义可知，即，

又，

可得，

在 中，，

所以，所以.



#### 创新拓展练

15. 已知椭圆的中心为坐标原点，焦点在轴上，，为的两个焦点，的短轴长为4，且上存在一点，使得，写出的一个标准方程：（答案不唯一）.

[解析]根据题意可设 的方程为，因为，所以，则，又因为，

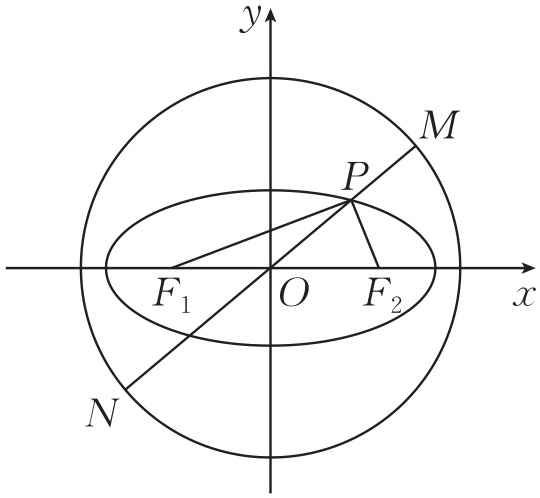
所以，即.

因为椭圆 的短轴长为4，即，解得，

由，可得，解得，

所以椭圆 其中的一个标准方程为.

16. [2024·长沙模拟]如图，椭圆，圆，椭圆的左、右焦点分别为,.



（1）过椭圆上一点和原点作直线交圆于，两点，若，求的值.

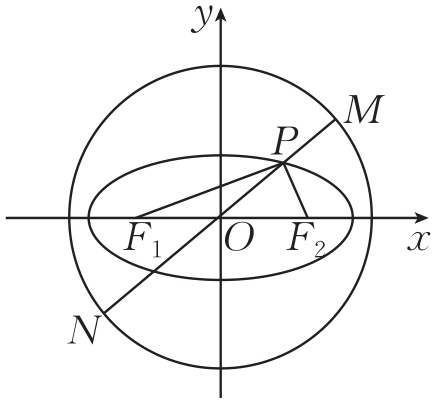
（2）过圆上任意一点引椭圆的两条切线，求证：两条切线相互垂直.

[解析]（1）如图，设，由于，则，

而，则，

所以（其中），

因为,所以.



（2）设，则，即，

设当过点 的椭圆 的切线的斜率都存在时，切线方程为，代入椭圆方程得，

整理得，

则，

即，则，

令,为上述关于 的方程的两个根，则，

即当两条切线的斜率都存在时，两条切线相互垂直；

而当过点 的切线的斜率不都存在时，易知 点的坐标为，

此时显然两条切线相互垂直.

综上，过圆 上任意一点 引椭圆 的两条切线，两条切线相互垂直.